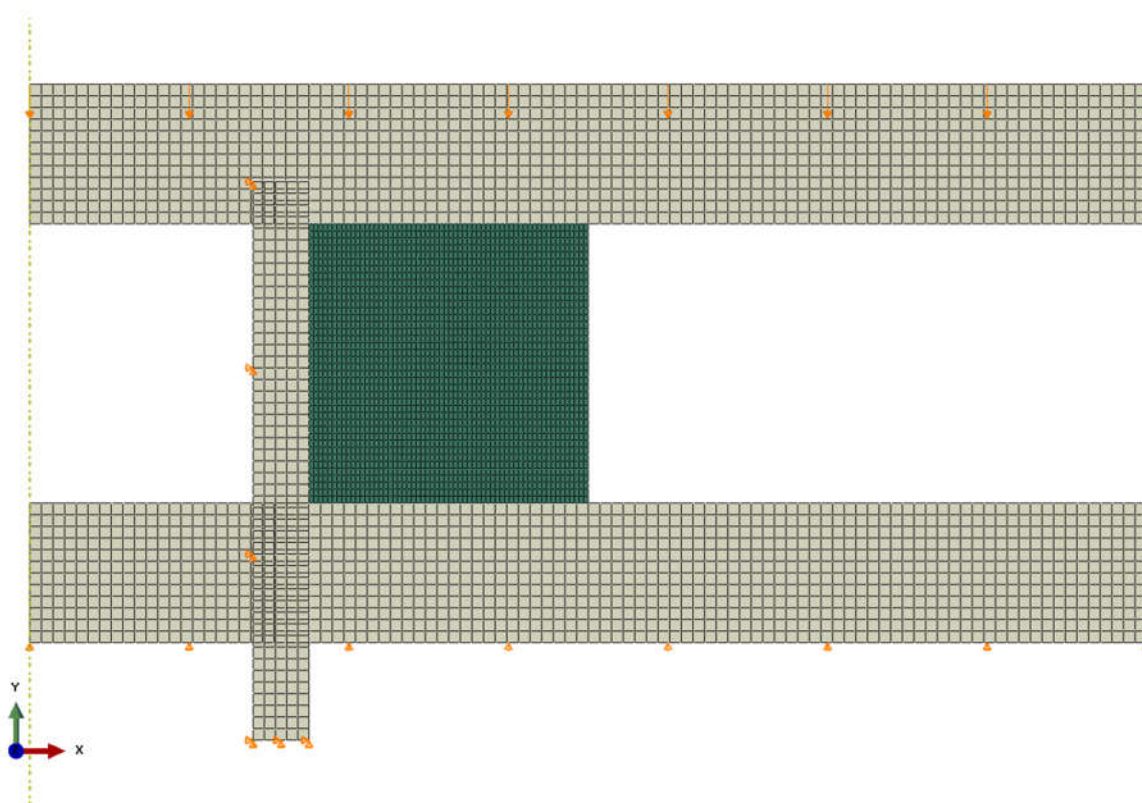




Тип КЭ – гибридный, полная схема интегрирования
Модель материала резины – Mooney-Rivlin
Решается осесимметричная задача.

Граничные условия:

- Нижняя поверхность нижней плиты – запрещены перемещения по вертикали
- Внутренняя поверхность трубы ограничивающей перемещения резиновой прокладки внутрь – запрещены перемещения по горизонтали.
- Нижняя поверхность трубы ограничивающей перемещения резиновой прокладки внутрь – запрещены перемещения по горизонтали и вертикали.

Нагрузка: на верхней поверхности, верхней плиты задается вертикальное перемещение по горизонтали вниз, по линейному закону.

По ходу решения перестройка (регенерация) сеток КЭ не задана, так как в данном случае искажения формы КЭ не будет.

Материал трубы и плит – металл – упругая среда:

$E = 2.1 \times 10^{11}$ Па

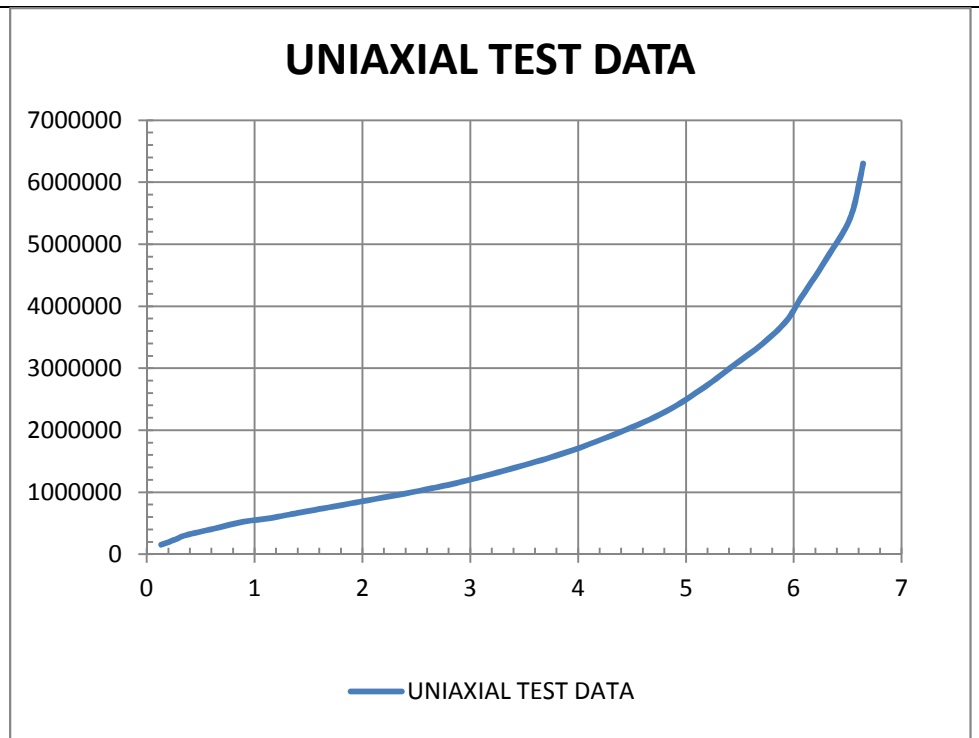
$\nu = 0.28$

Резина – несжимаемый материал - , т.е. $\nu = 0.5$

Экспериментальные данные по резине

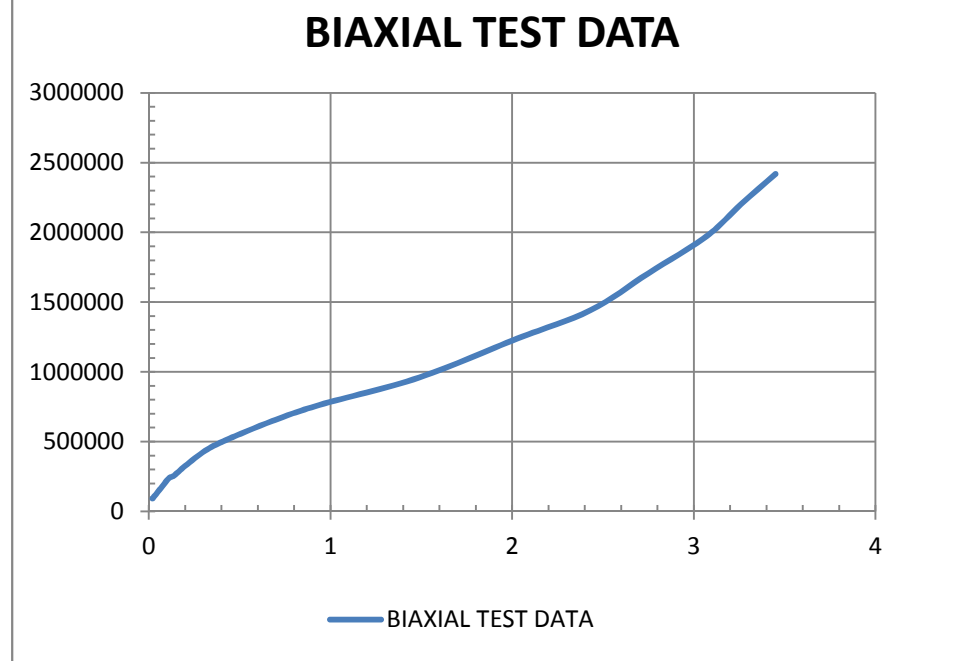
UNIAXIAL TEST DATA

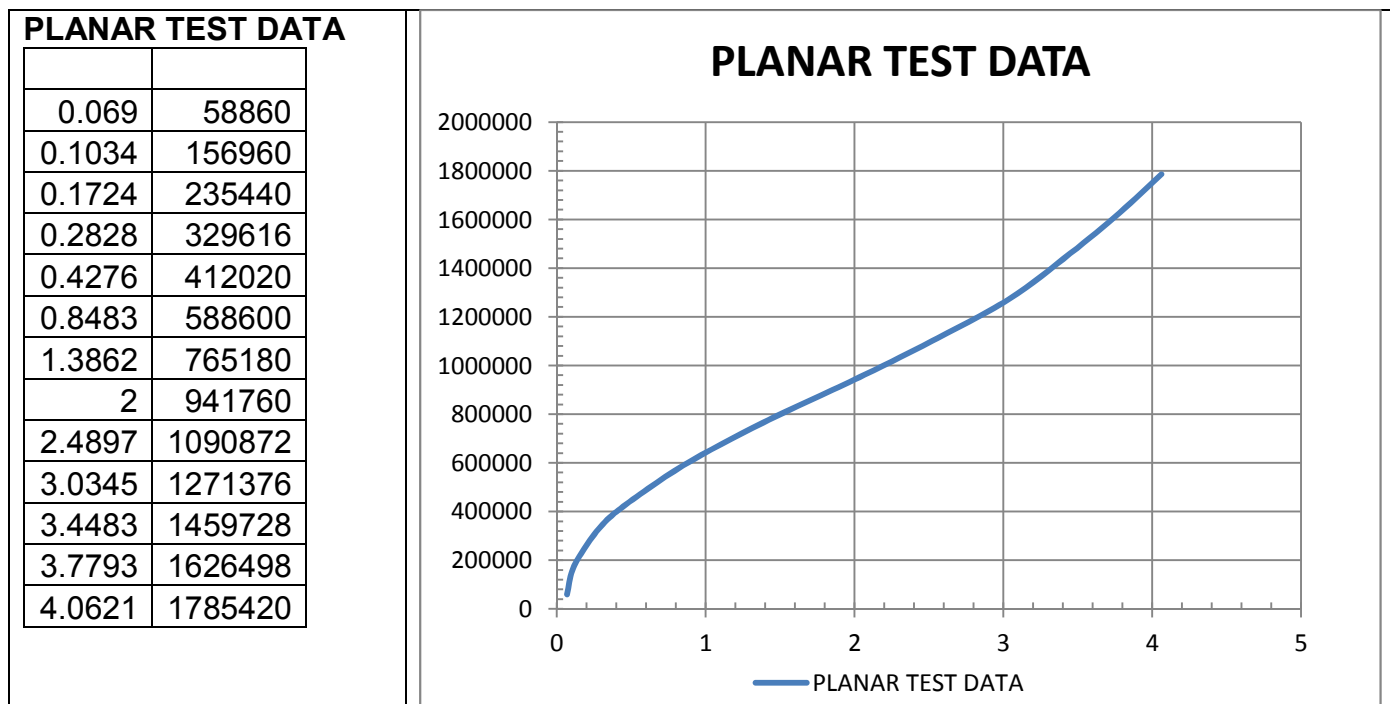
0.1338	152113.9
0.2675	239040.3
0.3567	304237.5
0.6242	412893.1
0.8917	521548.7
1.1592	586736.1
1.4268	673662.5
2.051	869244.5
2.586	1043087
3.0318	1216940
3.7898	1586365
4.3694	1955790
4.8153	2303486
5.172	2694650
5.4395	3042346
5.707	3390042
5.9299	3759467
6.0637	4128892
6.1975	4476587
6.3312	4846012
6.465	5215447
6.5541	5584872
6.6433	6301993



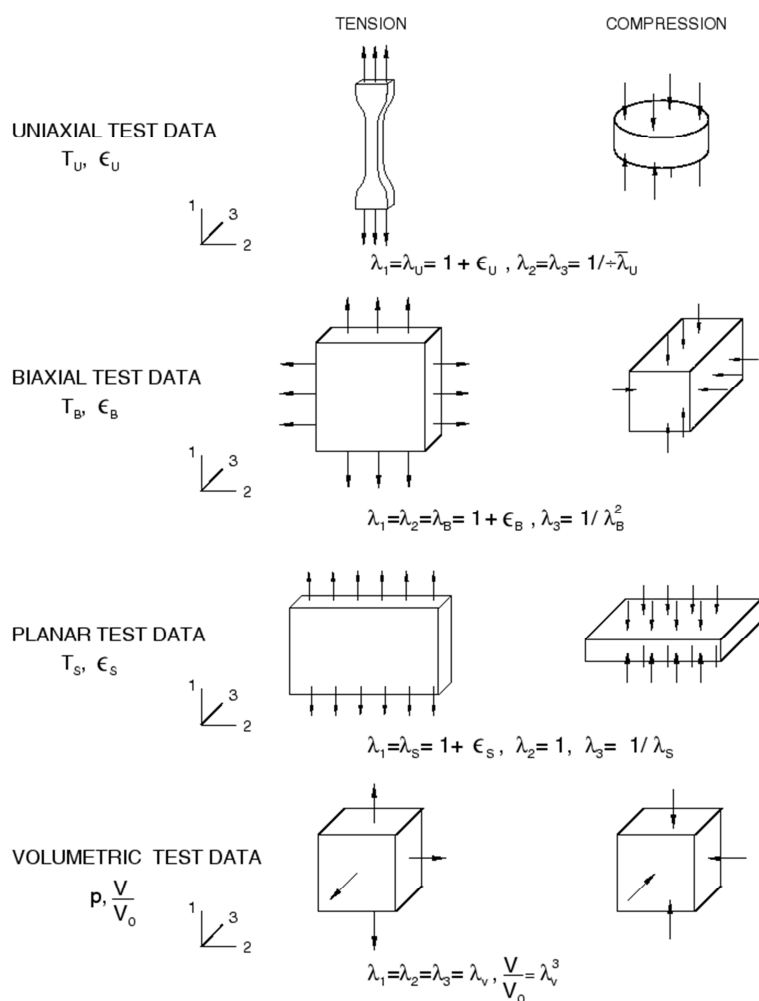
***BIAXIAL TEST DATA**

0.02	92057.04
0.06	155979
0.11	236293.5
0.14	257218.2
0.2	326084.4
0.31	434367.2
0.42	508452.3
0.68	647695.4
0.94	763159.1
1.49	959977.2
2.03	1239503
2.43	1440147
2.75	1706940
3.07	1972379
3.26	2202365
3.45	2418459





Schematic illustrations of deformation modes.



Наиболее приемлемые уравнения состояния для данного вида деформации и данного вида нагружения:

- **MOONEY-RIVLIN**
- **POLYNOMIAL STRAIN ENERGY FUNCTION WITH N = 2**
- **OGDEN STRAIN ENERGY FUNCTION WITH N = 1**
- **OGDEN STRAIN ENERGY FUNCTION WITH N = 2**
- **MARLOW**

Ogden form

The form of the Ogden strain energy potential is

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J^{el} - 1)^{2i},$$

where $\bar{\lambda}_i$ are the deviatoric principal stretches $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$; λ_i are the principal stretches; N is a material parameter; and μ_i , α_i , and D_i are temperature-dependent material parameters.

The initial shear modulus and bulk modulus for the Ogden form are given by

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^N \mu_i, \quad K_0 = \frac{2}{D_1}.$$

The particular material models described above—the Mooney-Rivlin and neo-Hookean forms—can also be obtained from the general Ogden strain energy potential for special choices of μ_i and α_i .

Mooney-Rivlin form

The form of the Mooney-Rivlin strain energy potential is

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1} (J^{el} - 1)^2,$$

where

U is the strain energy per unit of reference volume;

C_{10} , C_{01} , and D_1 are temperature-dependent material parameters;

$\bar{I}_1$ and $\bar{I}_2$ are the first and second deviatoric strain invariants defined as

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 \quad \text{and} \quad \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^{(-2)} + \bar{\lambda}_2^{(-2)} + \bar{\lambda}_3^{(-2)},$$

where the deviatoric stretches $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$; J is the total volume ratio; J^{el} is the elastic volume ratio as defined below in ["Thermal expansion"](#); and λ_i are the principal stretches.

The initial shear modulus and bulk modulus are given by

$$\mu_0 = 2(C_{10} + C_{01}), \quad K_0 = \frac{2}{D_1}.$$

Polynomial form

The form of the polynomial strain energy potential is

$$U = \sum_{i+j=1}^N C_{ij}(\bar{I}_1 - 3)^i(\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J^{el} - 1)^{2i},$$

where U is the strain energy per unit of reference volume; N is a material parameter; C_{ij} and D_i are temperature-dependent material parameters; $\bar{I}_1$ and $\bar{I}_2$ are the first and second deviatoric strain invariants defined as

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 \quad \text{and} \quad \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^{(-2)} + \bar{\lambda}_2^{(-2)} + \bar{\lambda}_3^{(-2)},$$

where the deviatoric stretches $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$; J is the total volume ratio; J^{el} is the elastic volume ratio as defined below in ["Thermal expansion"](#); and λ_i are the principal stretches.

The initial shear modulus and bulk modulus are given by

$$\mu_0 = 2(C_{10} + C_{01}), \quad K_0 = \frac{2}{D_1}.$$

For cases where the nominal strains are small or only moderately large (< 100%), the first terms in the polynomial series usually provide a sufficiently accurate model.

Some particular material models—the Mooney-Rivlin, neo-Hookean, and Yeoh forms—are obtained for special choices of C_{ij} .

Marlow form

The form of the Marlow strain energy potential is

$$U = U_{dev}(\bar{I}_1) + U_{vol}(J^{el}),$$

where

U is the strain energy per unit of reference volume, with

U_{dev} as its deviatoric part and

U_{vol} as its volumetric part;

$\bar{I}_1$ is the first deviatoric strain invariant defined as

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2,$$

where the deviatoric stretches $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$;

J is the total volume ratio;

J^{el} is the elastic volume ratio as defined below in ["Thermal expansion"](#); and

λ_i are the principal stretches.

The deviatoric part of the potential is defined by providing either uniaxial, equibiaxial, or planar test data; while the volumetric part is defined by providing the volumetric test data, defining the Poisson's ratio, or specifying the lateral strains together with the uniaxial, equibiaxial, or planar test data.

Результаты калибровки по следующим уравнениям состояния

HYPERELASTICITY - MOONEY-RIVLIN STRAIN ENERGY

<i>D1</i>	<i>C10</i>	<i>C01</i>
0.00000000	181785.137	3475.32671

STABILITY LIMIT INFORMATION

UNIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
UNIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
VOLUMETRIC TENSION: STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS
VOLUMETRIC COMPRESSION: STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS

HYPERELASTICITY - POLYNOMIAL STRAIN ENERGY FUNCTION WITH N = 2

<i>D1</i>	<i>C10</i>	<i>C01</i>	
<i>D2</i>	<i>C20</i>	<i>C11</i>	<i>C02</i>
0.00000000	138375.020	31646.3668	
0.00000000	1716.76325	-1769.93403	90.3756383

STABILITY LIMIT INFORMATION

WARNING: UNSTABLE HYPERELASTIC MATERIAL

UNIAXIAL TENSION:	UNSTABLE AT A NOMINAL STRAIN LARGER THAN	4.0800
UNIAXIAL COMPRESSION:	UNSTABLE AT A NOMINAL STRAIN LESS THAN	-0.9082
BIAXIAL TENSION:	UNSTABLE AT A NOMINAL STRAIN LARGER THAN	2.3000
BIAXIAL COMPRESSION:	UNSTABLE AT A NOMINAL STRAIN LESS THAN	-0.5563
PLANAR TENSION:	UNSTABLE AT A NOMINAL STRAIN LARGER THAN	3.7900
PLANAR COMPRESSION:	UNSTABLE AT A NOMINAL STRAIN LESS THAN	-0.7912
VOLUMETRIC TENSION:	STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS	
VOLUMETRIC COMPRESSION:	STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS	

HYPERELASTICITY - OGDEN STRAIN ENERGY FUNCTION WITH N = 1

I	MU_I	ALPHA_I	D_I
1	342178.185	2.16328331	0.00000000

STABILITY LIMIT INFORMATION

UNIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
UNIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
VOLUMETRIC TENSION: STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS
VOLUMETRIC COMPRESSION: STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS

HYPERELASTICITY - OGDEN STRAIN ENERGY FUNCTION WITH N = 2

I	MU_I	ALPHA_I	D_I
1	45034.5633	3.56393273	0.00000000
2	334427.568	-0.148543647	0.00000000

STABILITY LIMIT INFORMATION

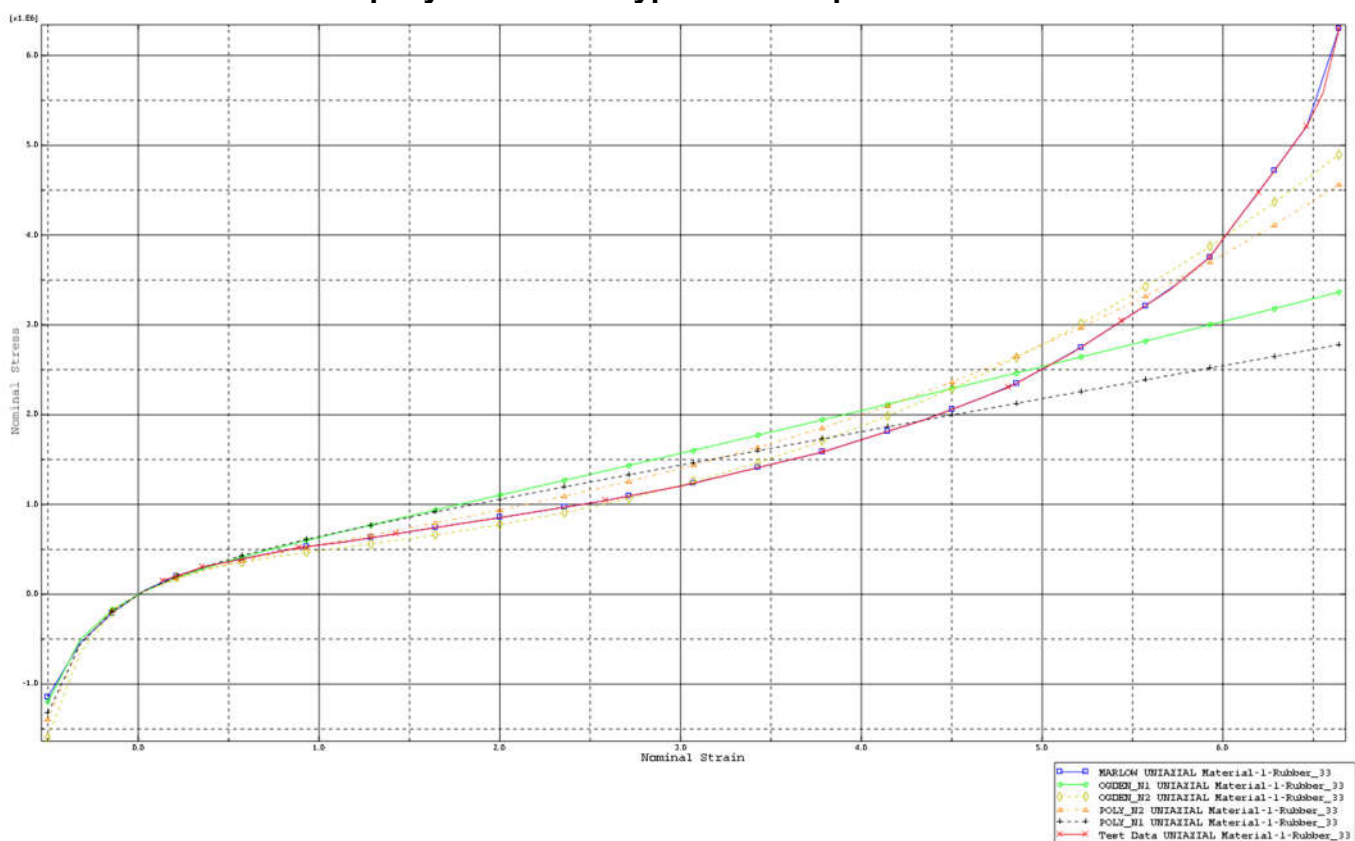
UNIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
UNIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
VOLUMETRIC TENSION: STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS
VOLUMETRIC COMPRESSION: STABLE FOR ALL VOLUME RATIOS

HYPERELASTICITY - MARLOW

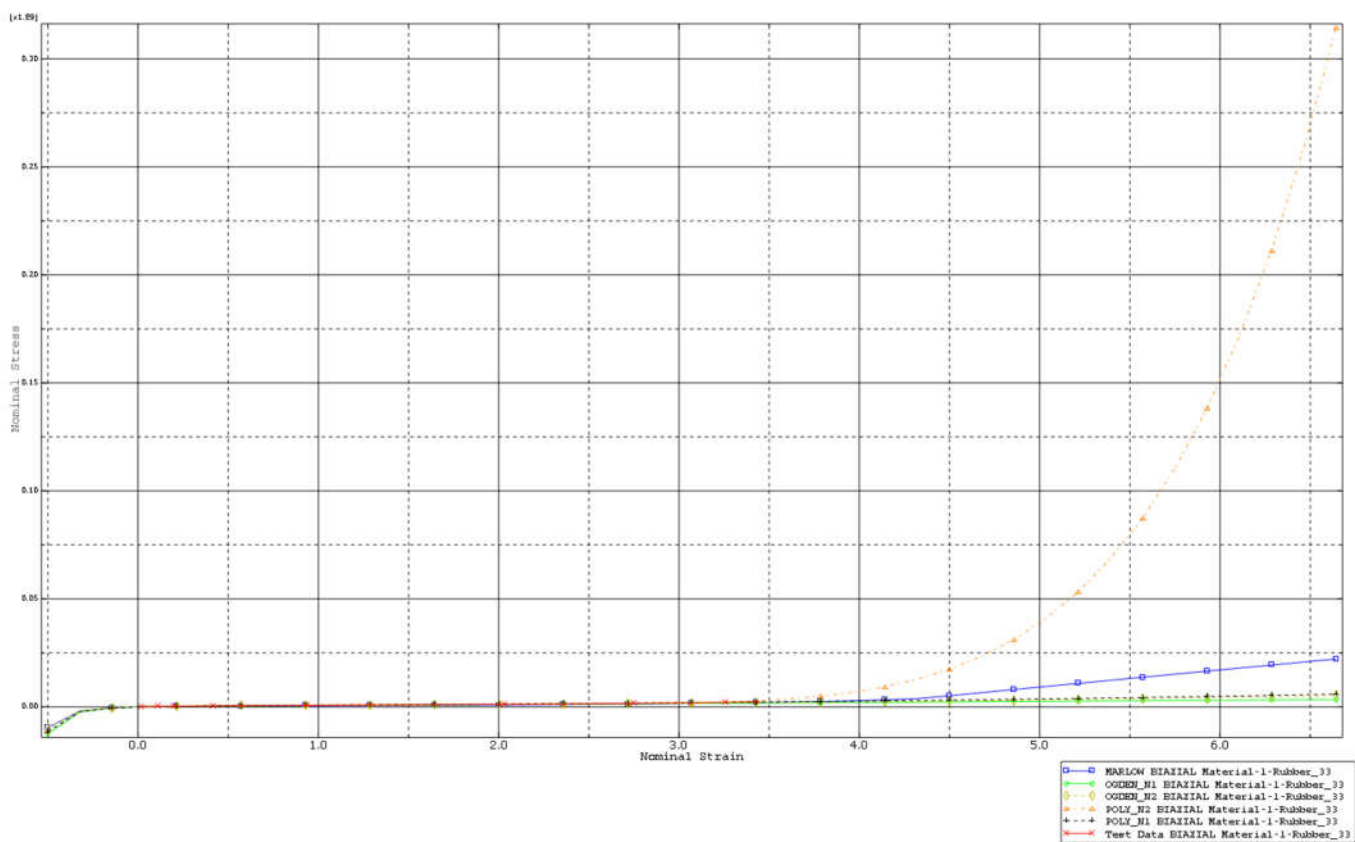
STABILITY LIMIT INFORMATION

UNIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
UNIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
BIAXIAL COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR TENSION: STABLE FOR ALL STRAINS
PLANAR COMPRESSION: STABLE FOR ALL STRAINS

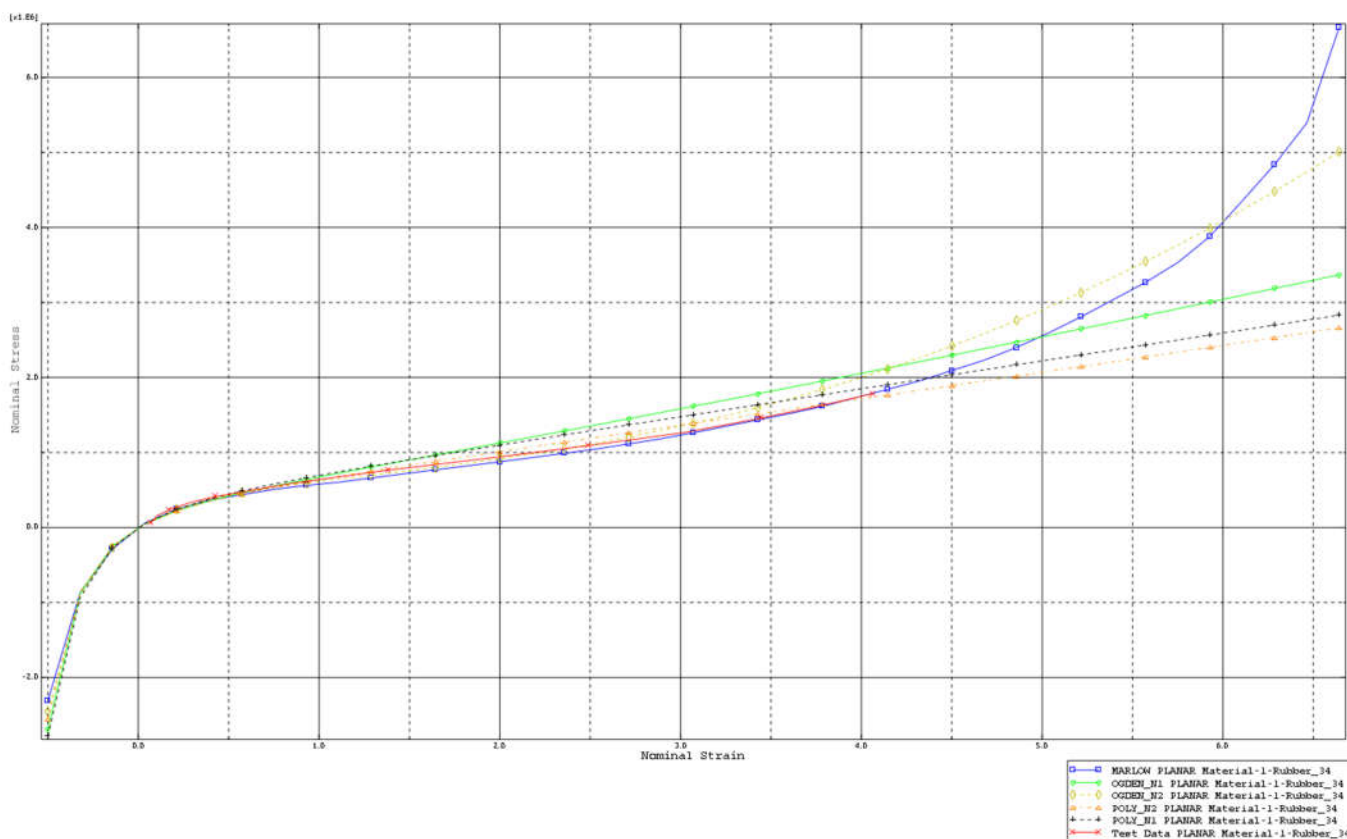
Графическое представление соответствия выбранных уравнений состояния результатам натурных экспериментов.



Одноосное растяжение.



Двухосное растяжение.



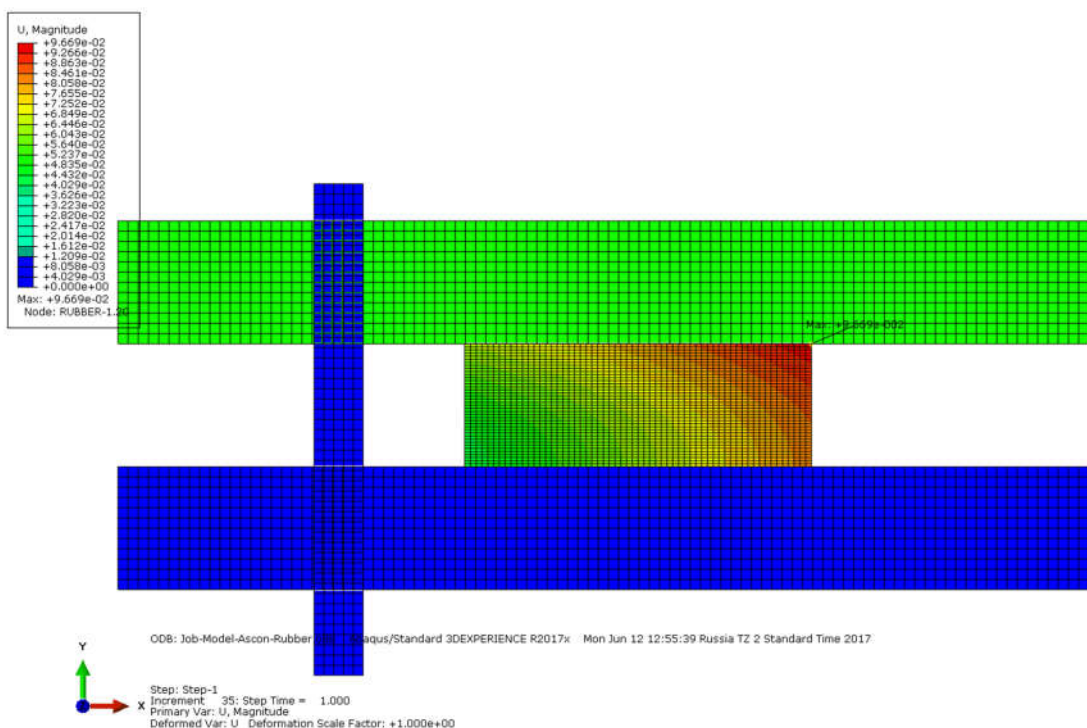
Плоская деформация.

Первый вариант расчета:

К-т трения между резиной с металлом = НОЛЬ

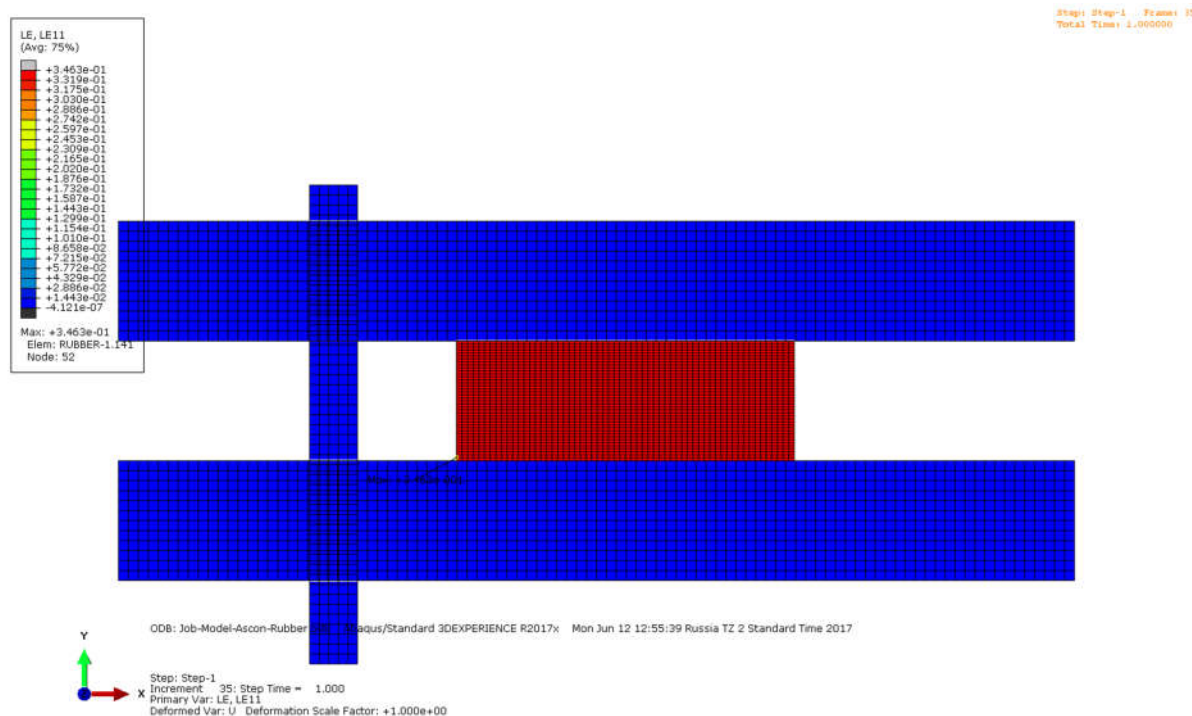
Это НЕФИЗИЧНЫЙ вариант расчета, но он достаточно показателен и поучителен.

Используется неявный решатель.

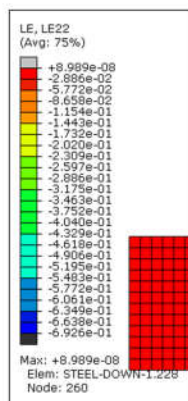


Суммарное перемещение (метры). «Полное» сжатие – 50 мм)

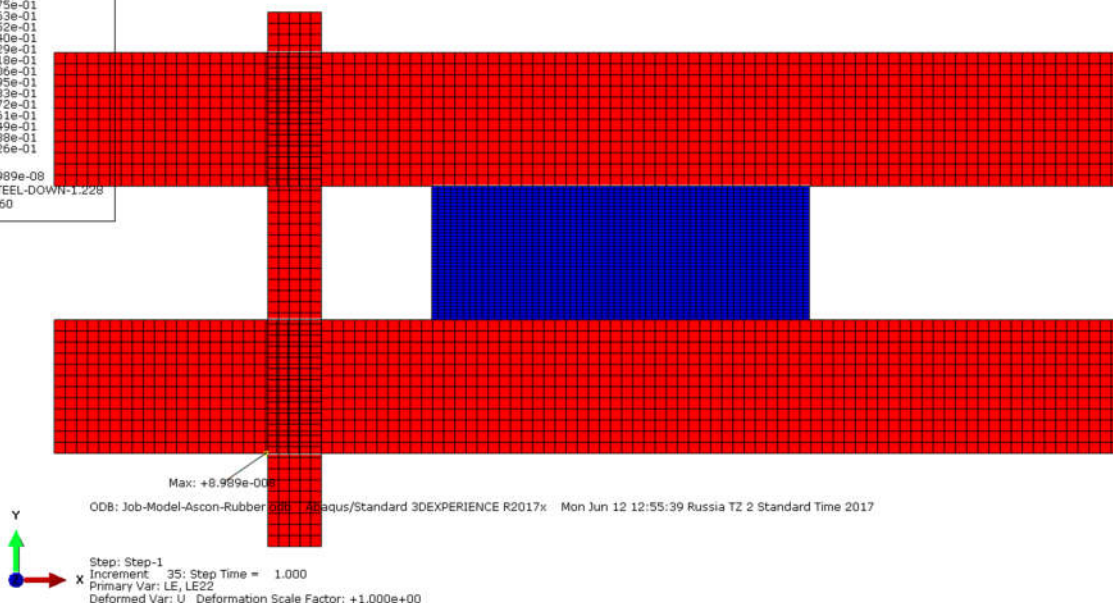
Ссылка для скачивания файла: <http://fayloobmennik.cloud/7022971>



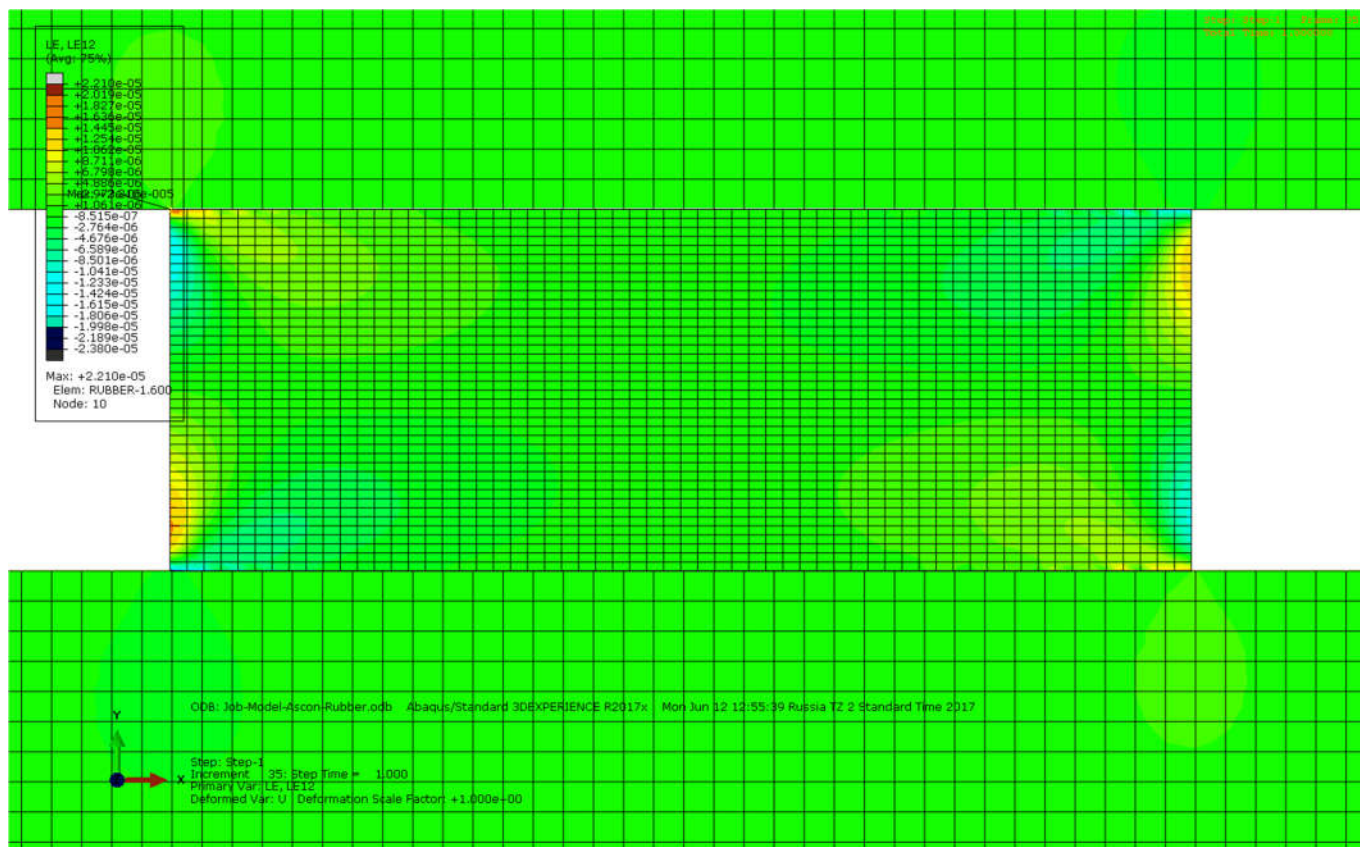
Относительная деформация по оси X – горизонтальное направление
«Полное» сжатие – 50 мм)



Step: Step-1 Frame: 35
Total Time: 1.000000



Относительная деформация по оси Y – вертикальное направление.
«Полное» сжатие – 50 мм)



Относительная деформация сдвига в плоскости X-Y
«Полное» сжатие – 50 мм)

Второй вариант расчета:

Используется явный решатель.

Задается перестройка сетки КЭ, так как в процессе деформации происходит сильное искажение форм КЭ.

Вертикальное перемещение верхней плиты задается по гиперболическому закону (неравномерно), так как используется явный решатель = медленное возрастание нагрузки вначале и медленное возрастание нагрузки в конце шага решения.

К-т Пуанссона = 0,495

- поскольку задача «тестовая», при использовании явного решателя легче и проще добиться сходимости и получить решение при к-те Пуанссона = 0,495.

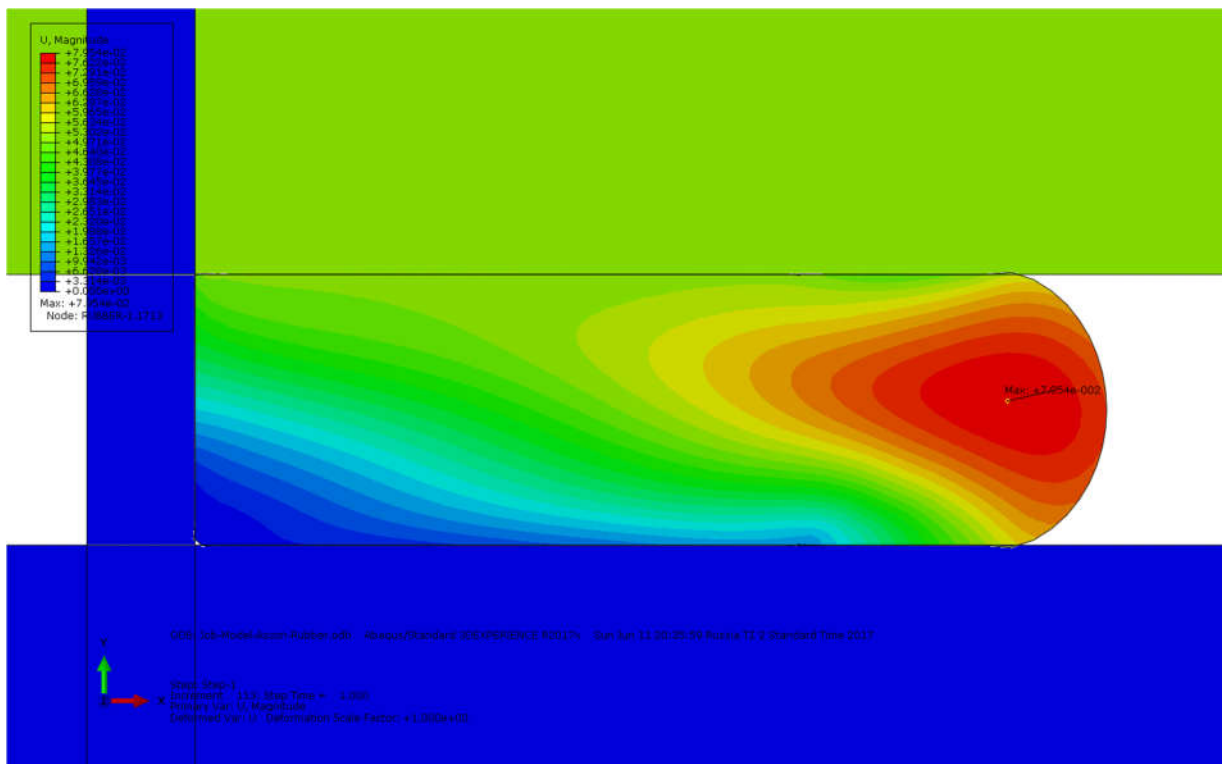
Получить решение для к-та Пуанссона = 0,5, при использовании явного решателя – часто бывает весьма сложно.

Решено два варианта:

К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте:

К-т трения	Нормальное напряжение (Па)
0	0
0.35	660000

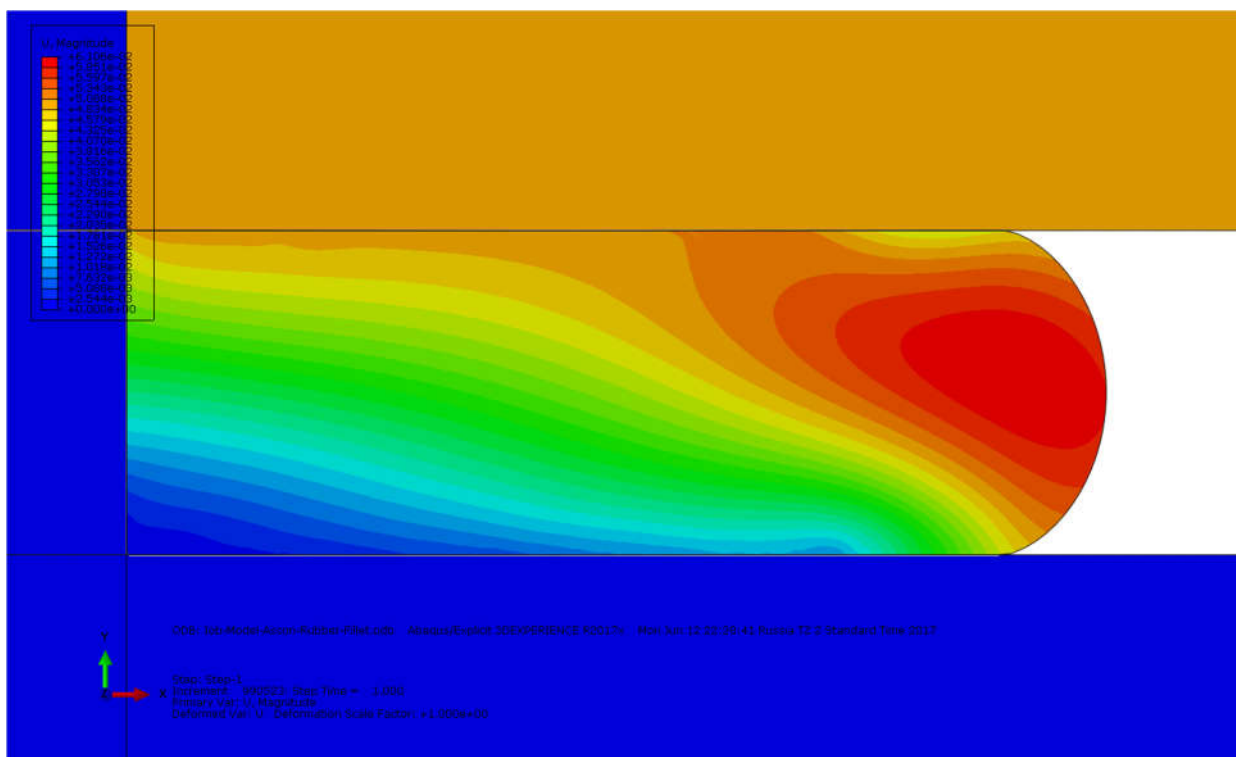
К-т трения имеет постоянное значение 0,55 – т.е. не зависит от нормального напряжения в контакте



Суммарное перемещение (метры). «Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет постоянное значение 0,55

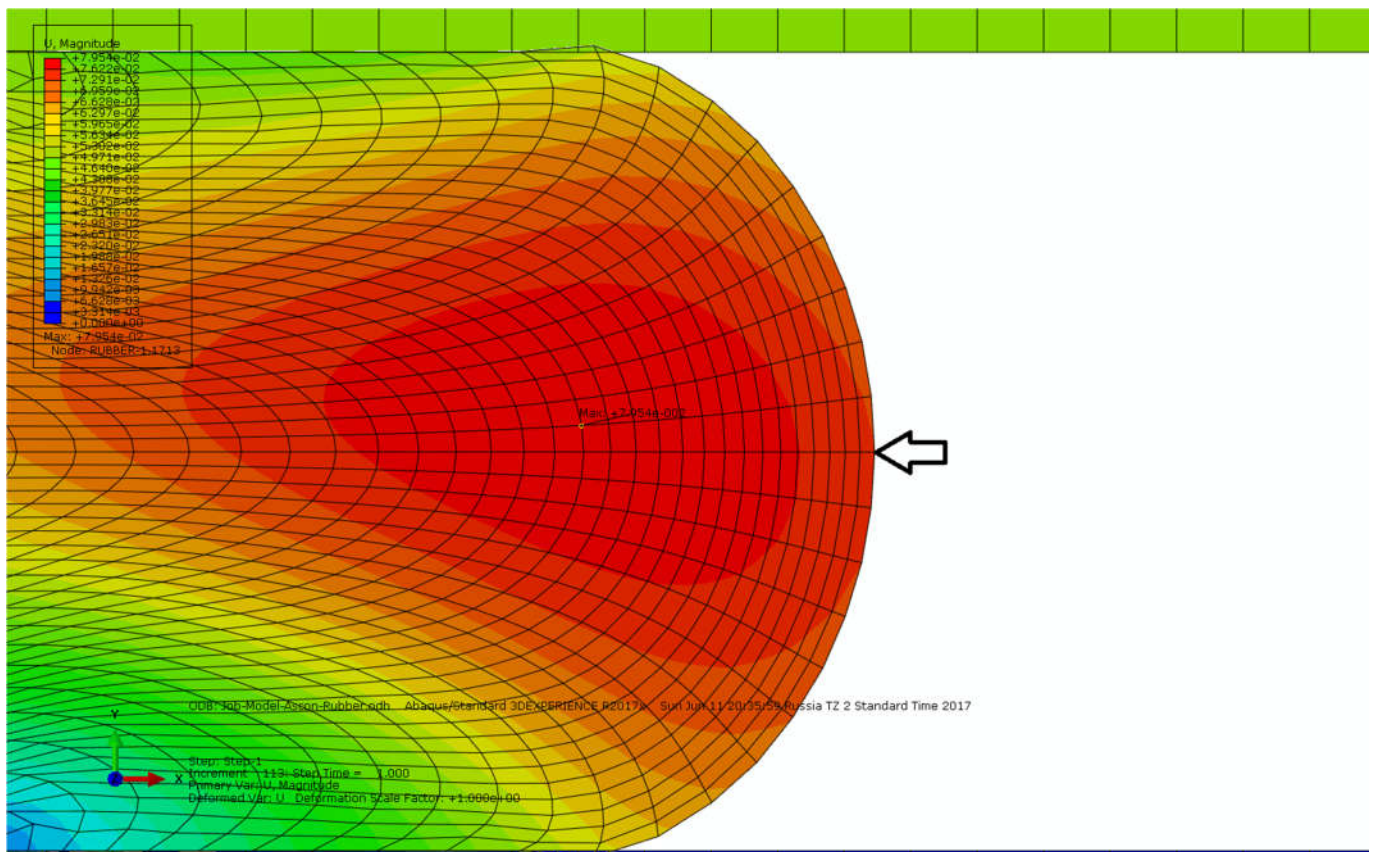
Ссылка для скачивания файла: <http://fayloobmennik.cloud/7023397>



Суммарное перемещение (метры). «Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте

Ссылка для скачивания файла: <http://fayloobmennik.cloud/7023572>



Суммарное перемещение (метры). «Полное» сжатие – 50 мм
 Черная стрелка указывает на точку,
 для которой построен график горизонтального перемещения.

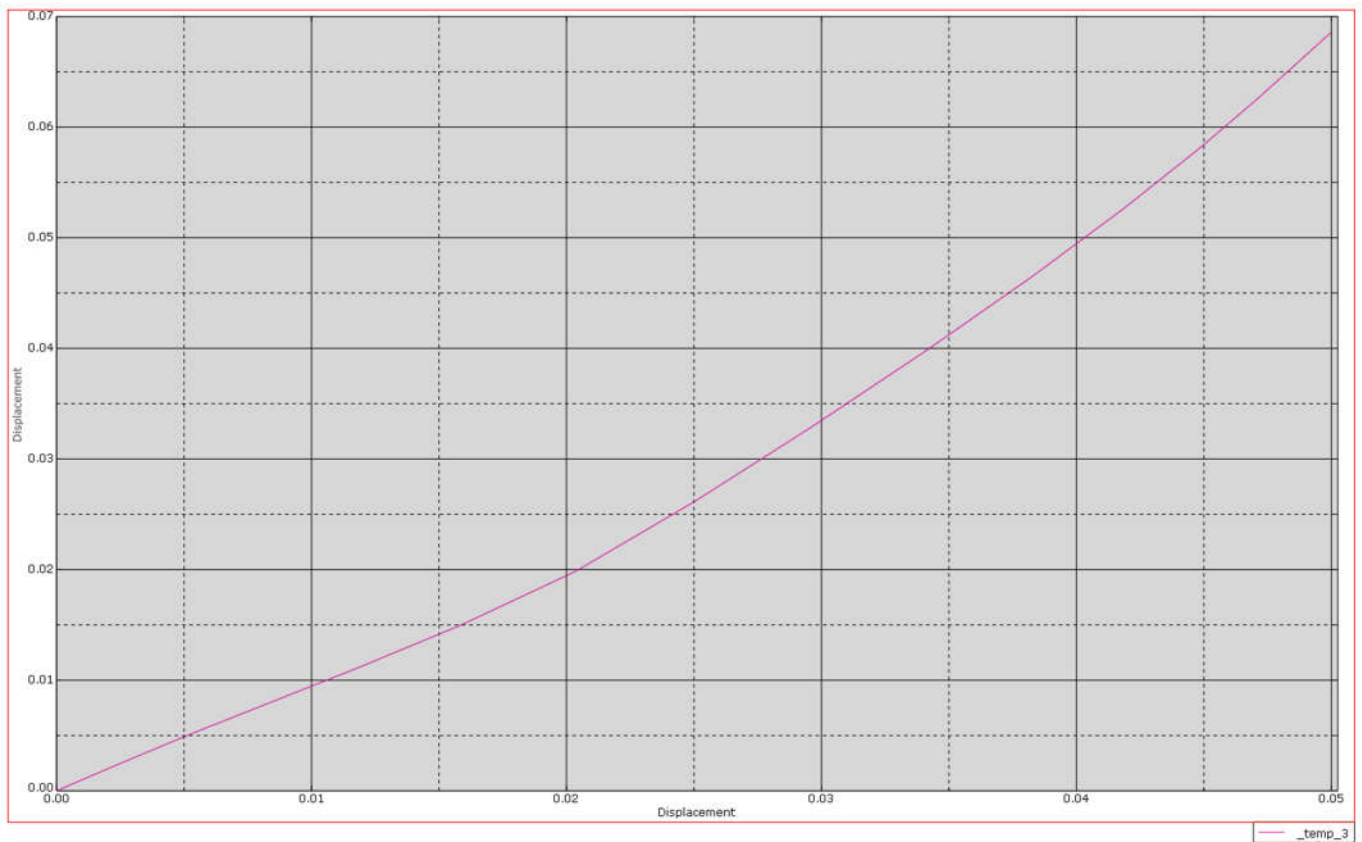
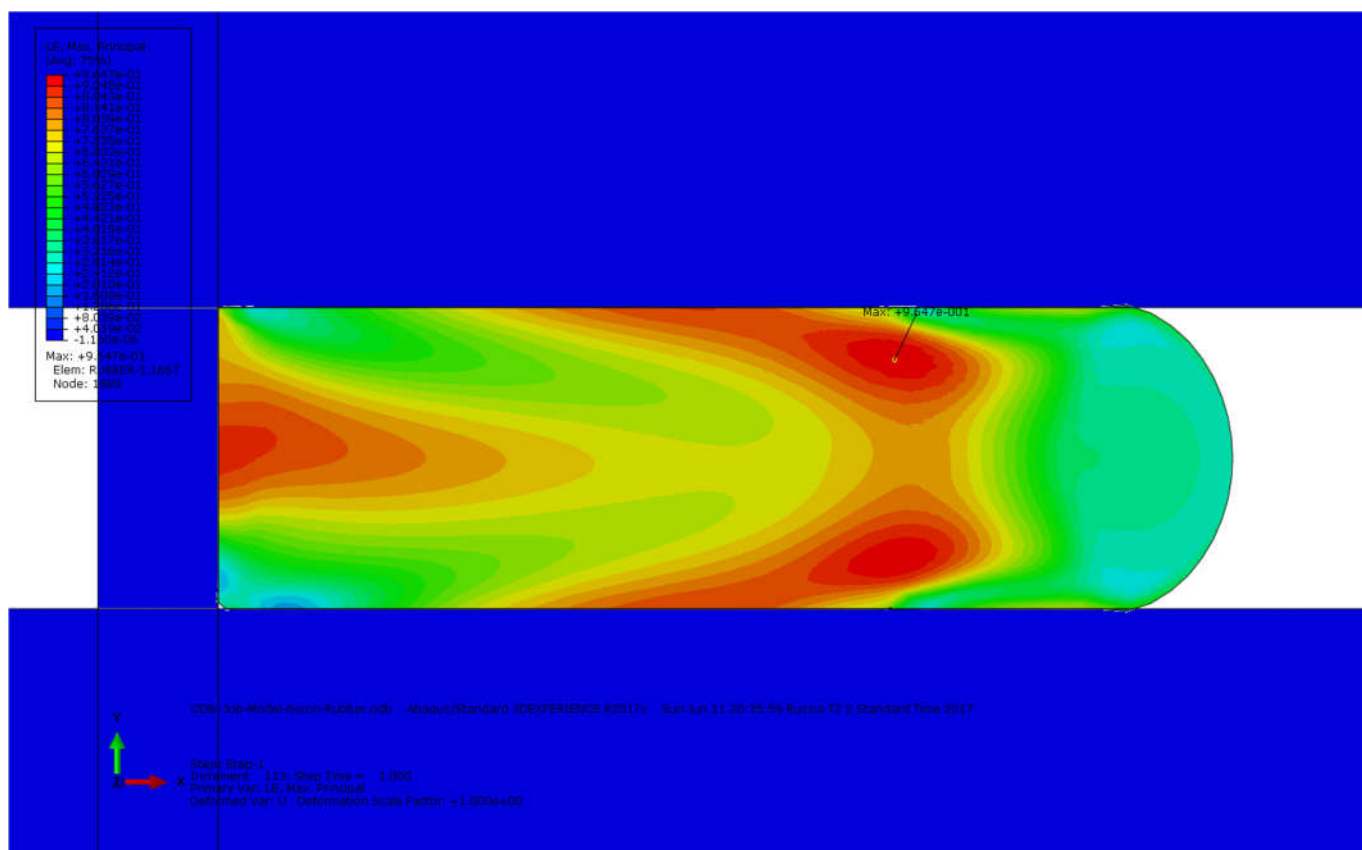
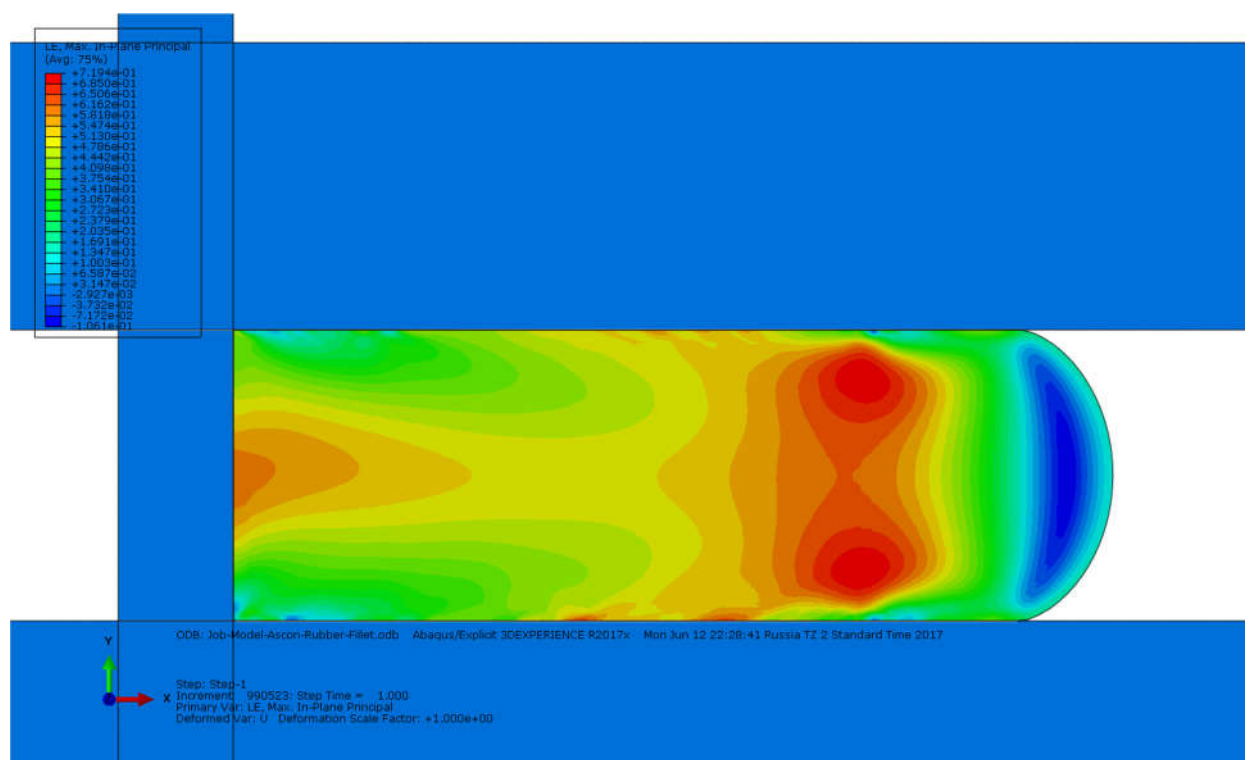


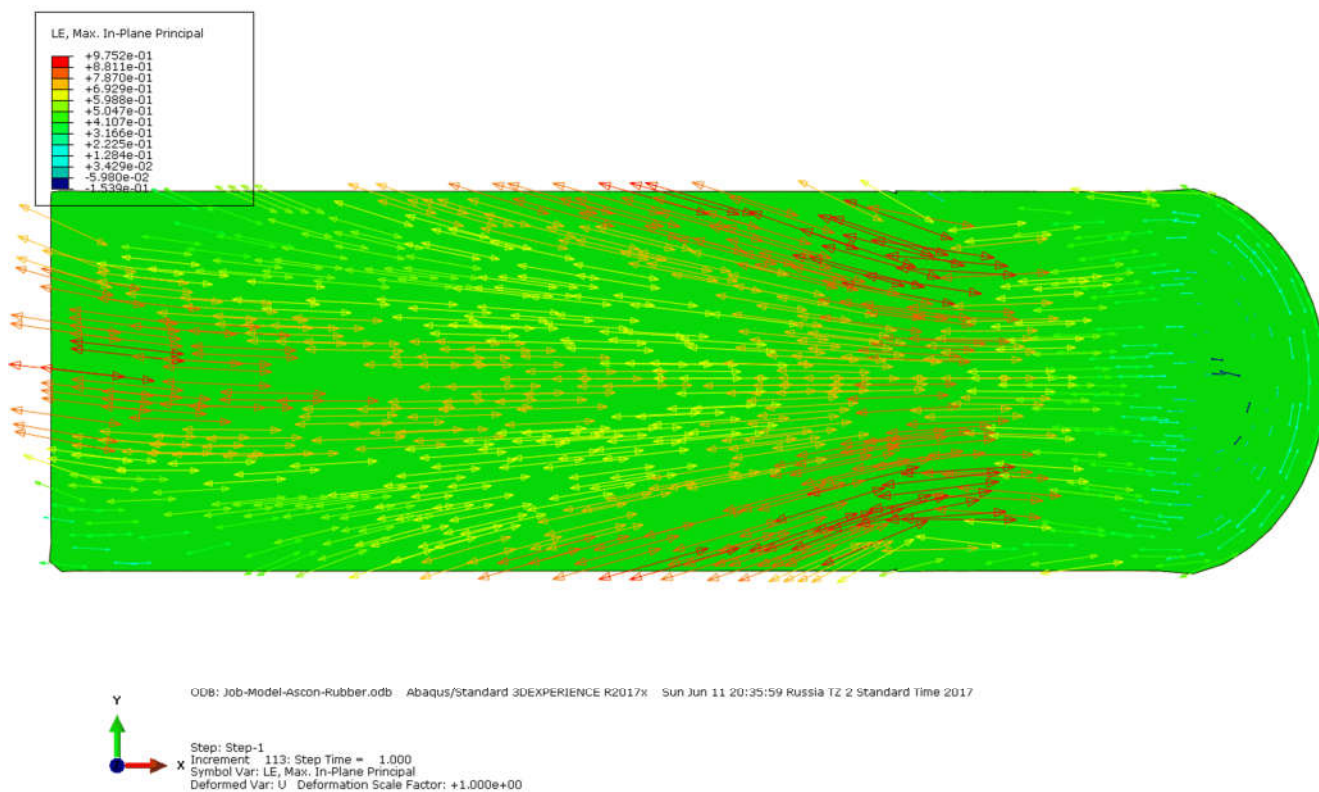
График горизонтального перемещения для вышеуказанной точки,
 в зависимости от вертикального перемещения плиты сжатия.
 Данный график нелинейный.



Главные максимальные относительные деформации. «Полное» сжатие – 50 мм)
К-т трения имеет постоянное значение 0,55

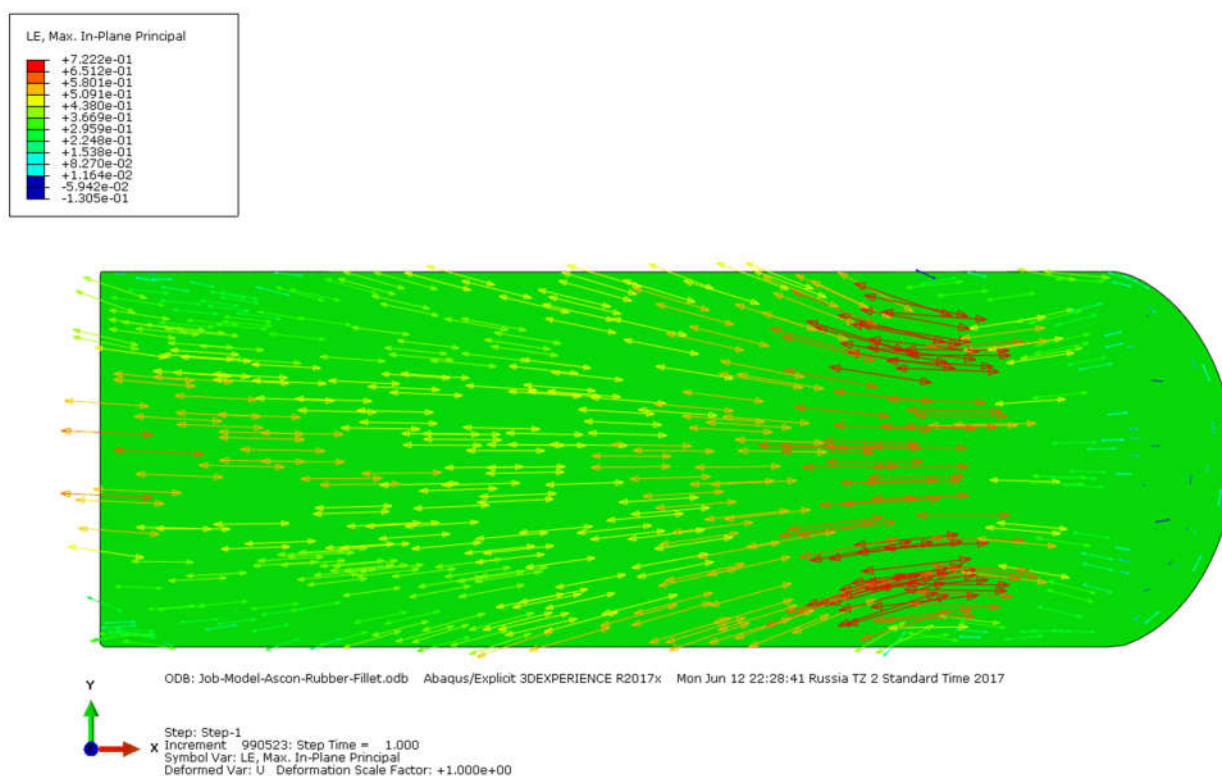


Главные максимальные относительные деформации. «Полное» сжатие – 50 мм)
К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте.



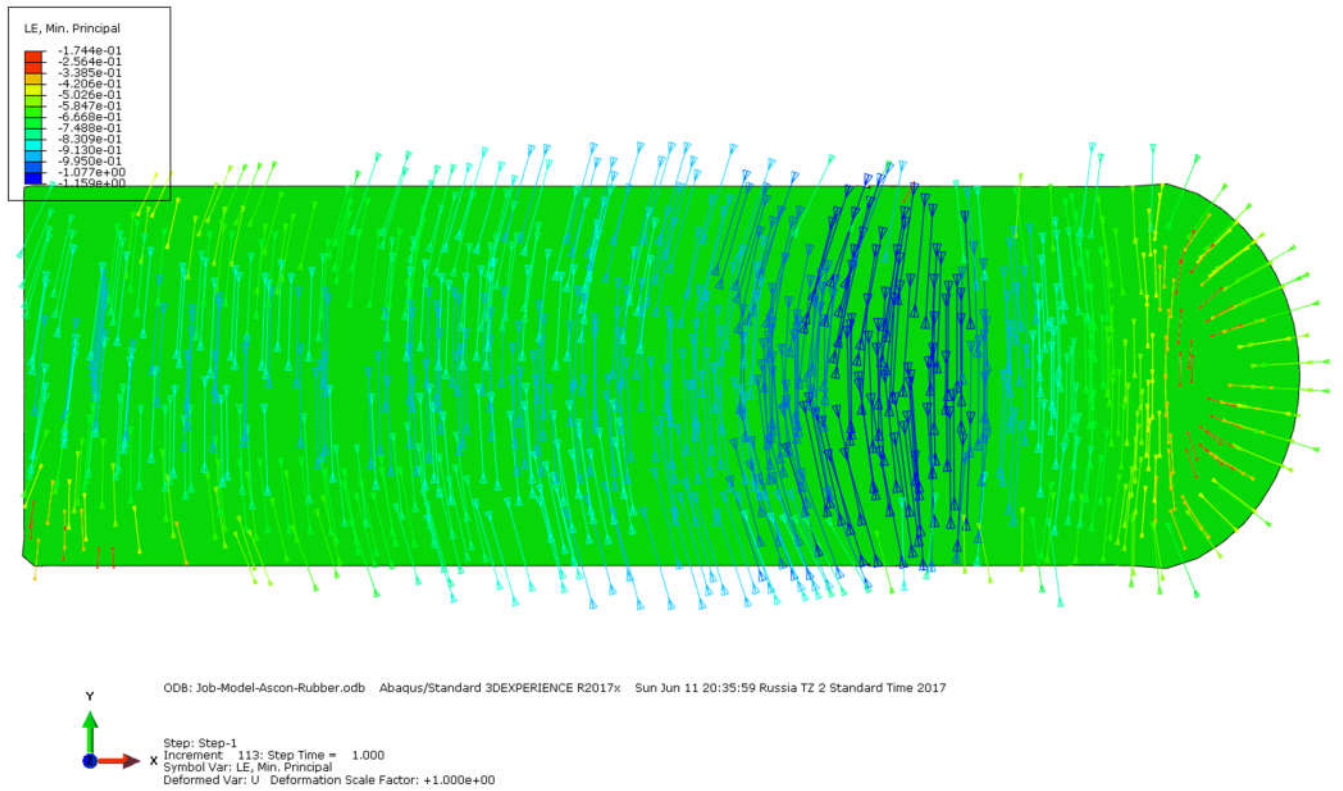
Векторное представление главных максимальных относительных деформаций.
«Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет постоянное значение 0,55



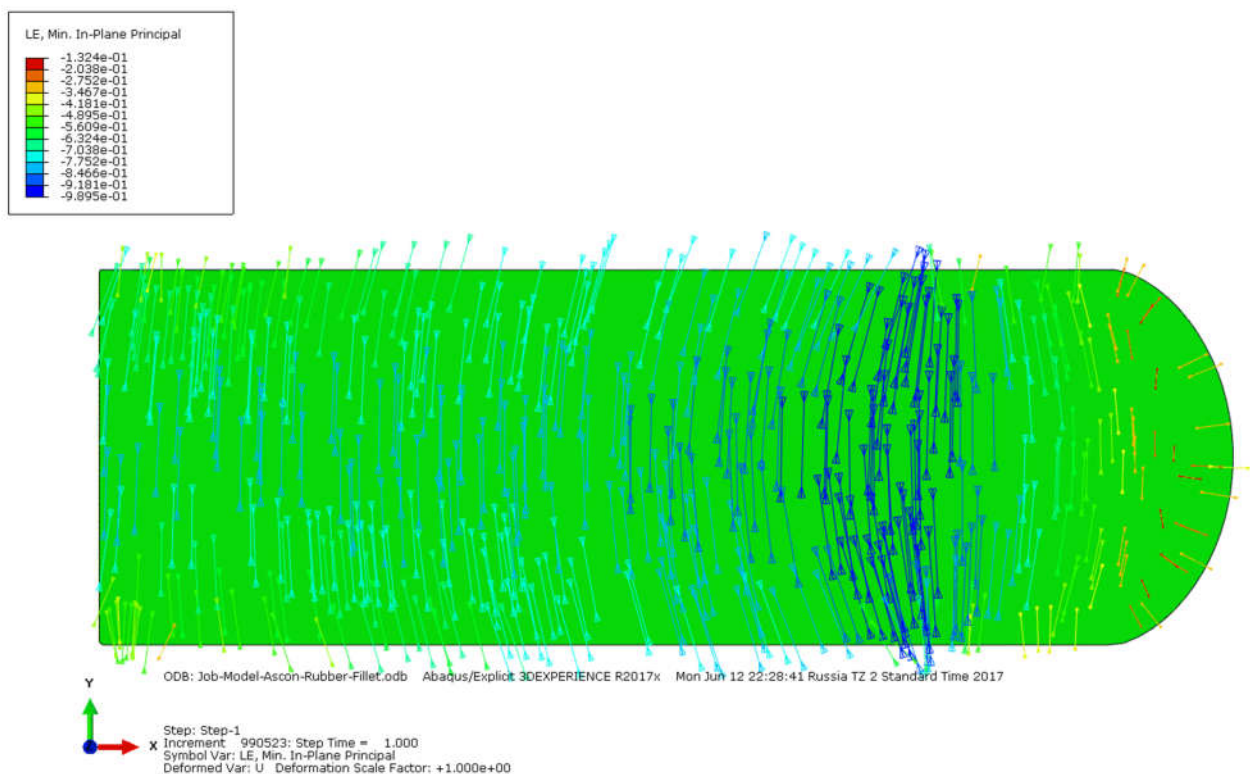
Векторное представление главных максимальных относительных деформаций.
«Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте.



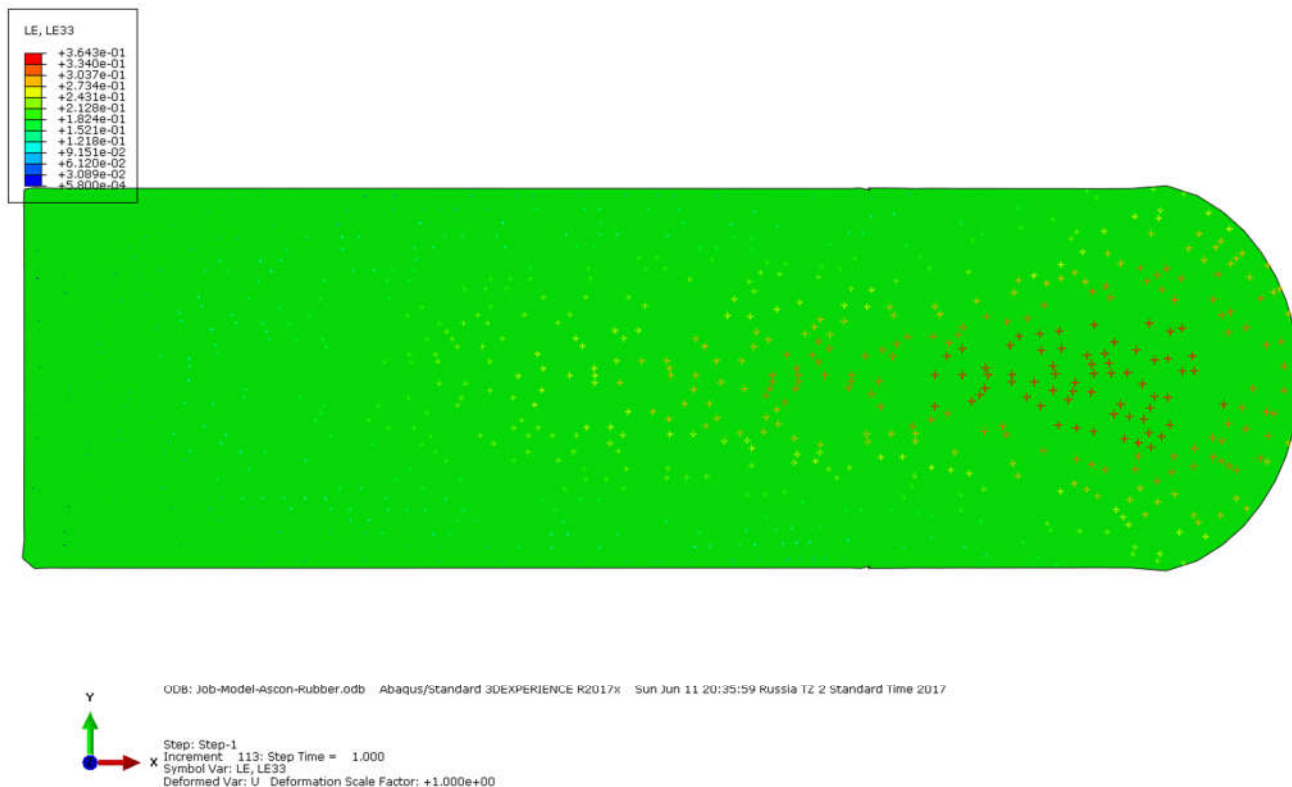
Векторное представление главных минимальных относительных деформаций.
«Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет постоянное значение 0,55



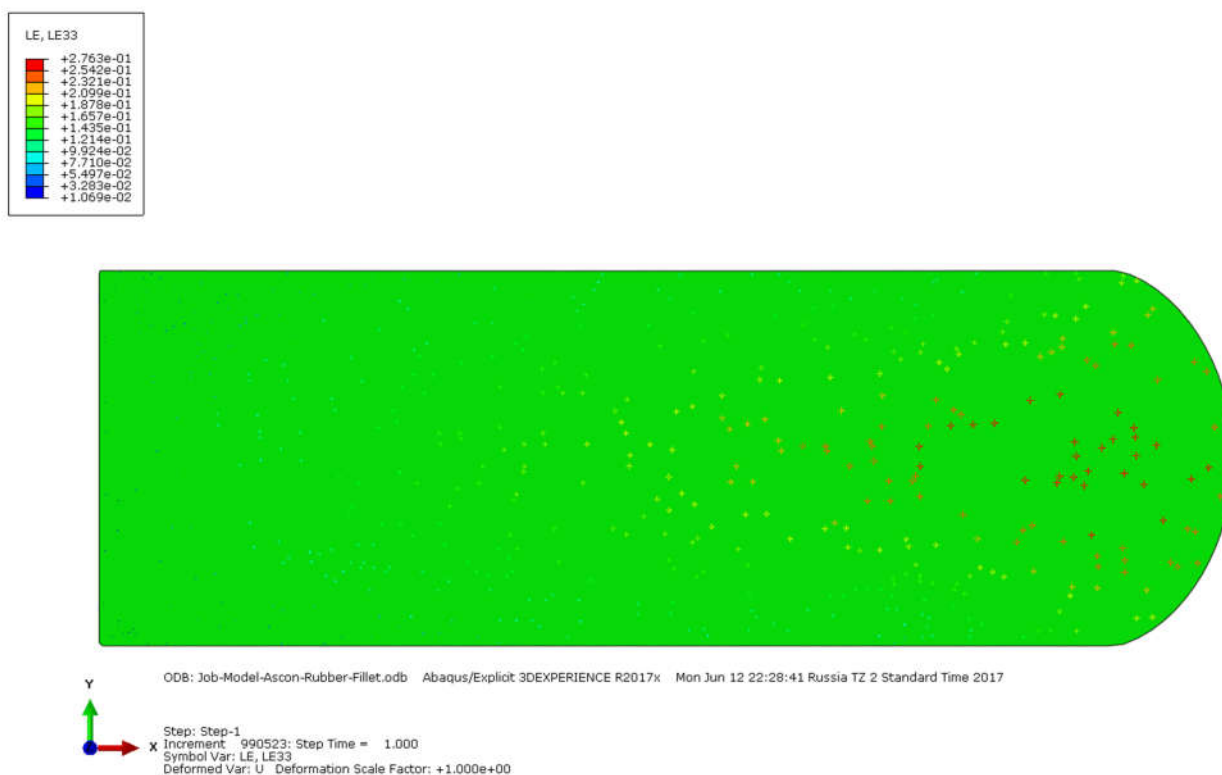
Векторное представление главных минимальных относительных деформаций.
«Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте.



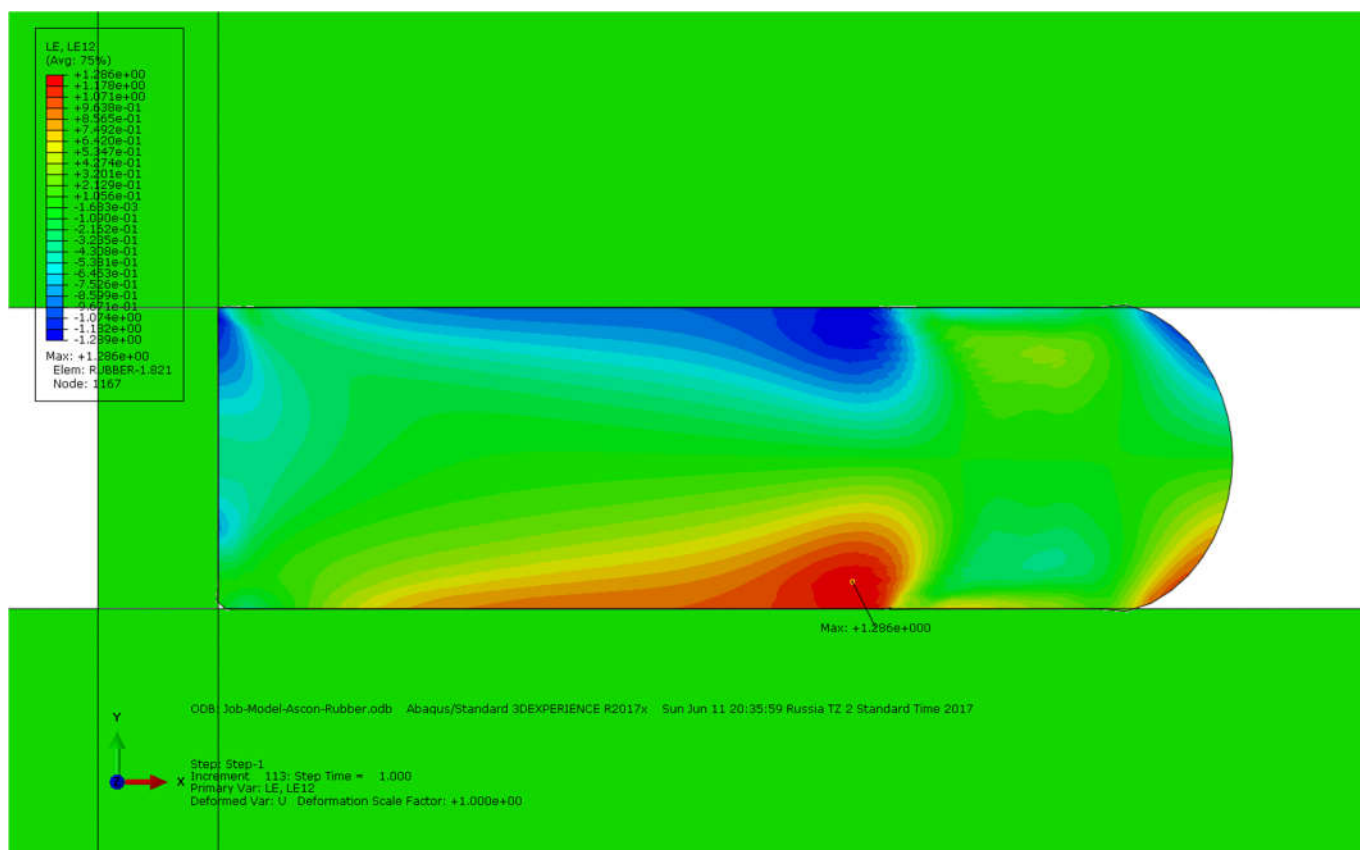
Векторное представление относительных деформаций в радиальном направлении.
«Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет постоянное значение 0,55

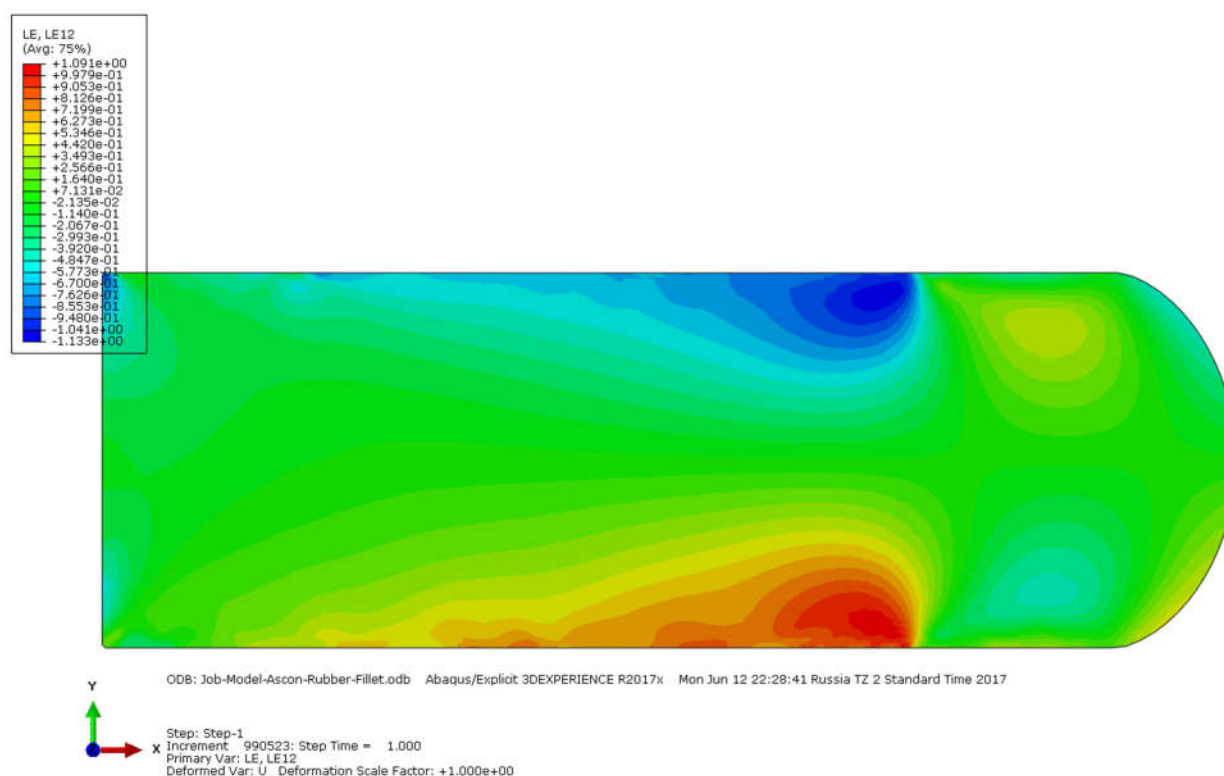


Векторное представление относительных деформаций в радиальном направлении.
«Полное» сжатие – 50 мм)

К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте.



Относительные деформации сдвига. «Полное» сжатие – 50 мм)
К-т трения имеет постоянное значение 0,55



Относительные деформации сдвига. «Полное» сжатие – 50 мм)
К-т трения имеет линейную зависимость от нормального напряжения в контакте.

Даже «поверхностное» - визуальное сравнение напряженно-деформированного состояния двух вариантов расчетов, позволяет сделать вывод о важности «правильной» (физичной) постановке задачи и задания достоверных свойств материалов, в том числе зависимости изменения μ -та трения от нормального давления в контакте и температуры.

При выполнении прочностных расчетов, где имеются «резиноподобные» материалы, следует изучить актуальность учета:

- вязкоупругих процессов (ползучести и термоползучести),
- эффекта Маллинса (Mullins effect https://en.wikipedia.org/wiki/Mullins_effect)